MAT 07 – Prostorová geometrie a nestandardní úlohy

Tělesa, číselné řady, logické a kombinatorické úlohy, Pascalův trojúhelník

Doporučený čas: 90 minut Obtížnost: ★★★★★

Téma: Prostorová geometrie + logika

TEORIE A VZORCE

Přehled prostorových těles

Eulerův vzorec (pro mnohostěny)

Vrcholy + Stěny − Hrany = 2

Těleso	Vrcholy	Hrany	Stěny
Krychle	8	12	6
Kvádr	8	12	6
Trojboký hranol	6	9	5
Čtyřboký jehlan	5	8	5
Trojboký jehlan (čtyřstěn)	4	6	4

Pohledy na tělesa

- **Válec shora:** kruh
- **Válec zepředu/zboku:** obdélník
- **Kužel shora:** kruh (s bodem ve středu)
- **Kužel zepředu:** trojúhelník (rovnoramenný)
- **Koule ze všech stran:** vždy kruh
- **Krychle shora/zepředu/zboku:** čtverec

Vzorce pro tělesa

Krychle (strana a): Povrch = 6 × a²; Objem = a³

Kvádr (a,b,c): Povrch = 2(ab+bc+ac); Objem = a×b×c

Válec (r,v): Objem = π×r²×v

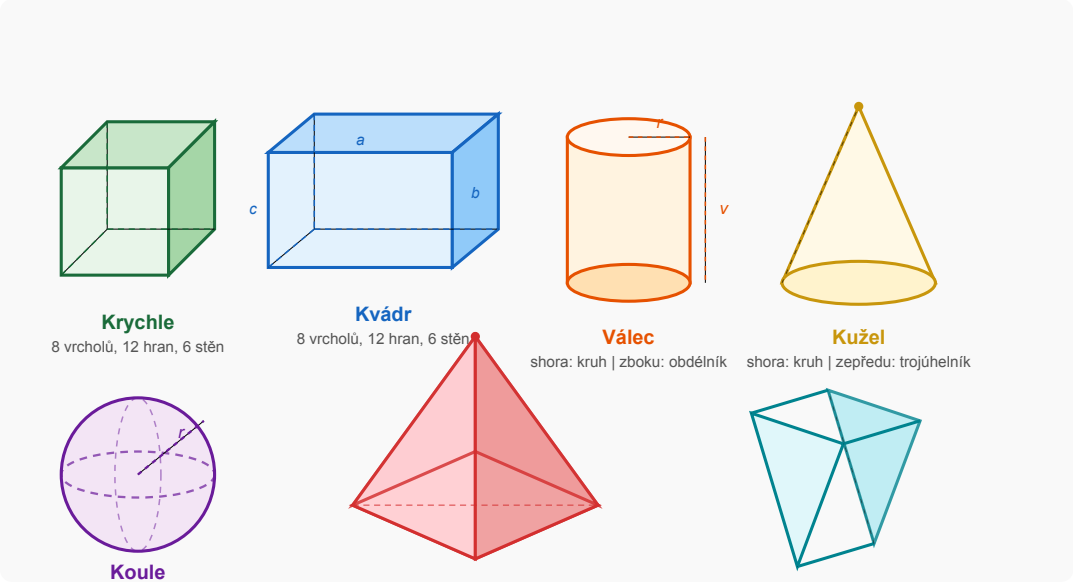
Číselné řady – typy

- **Aritmetická řada:** přičítám/odčítám stále stejné číslo (např. +3 každý člen)
- **Geometrická řada:** násobím/dělím stále stejným číslem (např. ×2 každý člen)
- **Řada mocnin:** 1, 4, 9, 16, 25, 36, … (1^2, 2^2, 3^2, …)
- **Fibonacciho řada:** 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, … (každý člen = součet dvou předchozích)

Kombinatorika

- **Permutace (pořadí):** n knih v řadě = n! = 1×2×3×…×n způsobů
- 3 knihy: 3! = 6 způsobů; 4 knihy: 4! = 24 způsobů
- **Pravidlo součtu:** nebo → sčítáme
- **Pravidlo součinu:** a zároveň → násobíme

Přehled prostorových těles



Pascalův trojúhelník

Jak funguje Pascalův trojúhelník

Každé číslo = součet dvou čísel nad ním. Krajní čísla jsou vždy 1.

```
                1                    (1. řádek)
              1   1                  (2. řádek)
            1   2   1                (3. řádek)
          1   3   3   1              (4. řádek)
        1   4   6   4   1            (5. řádek)
      1   5  10  10   5   1          (6. řádek)
    1   6  15  20  15   6   1        (7. řádek)
```

6. řadek (od 0): **1, 5, 10, 10, 5, 1**

7. řadek (od 0): **1, 6, 15, 20, 15, 6, 1**

PROCVIČOVÁNÍ – 20 ÚLOH

Procvičovací úlohy

Prostorová geometrie

1. Kolik vrcholů, hran a stěn má **krychle**?

2. Kolik vrcholů, hran a stěn má **kvádr**?

3. Jak vypadá **válec pohled shora**? Jak vypadá pohled zepředu?

4. Jak vypadá **kužel pohled zepředu**? Pohled shora?

5. Krychle má stranu 3 cm. Vypočítej její **objem** a **povrch**.

Číselné řady – doplň chybějící člen

6. Doplň: **2, 4, 6, 8, 10, __** (aritmetická +2)

7. Doplň: **3, 6, 12, 24, __** (geometrická ×2)

8. Doplň: **1, 4, 9, 16, 25, __** (druhé mocniny)

9. Doplň Fibonacciho řadu: **1, 1, 2, 3, 5, 8, __**

10. Doplň: **100, 90, 81, 73, 66, __** (každá diference se mění)

11. Doplň: **1, 8, 27, 64, __** (třetí mocniny)

12. Doplň: **2, 5, 10, 17, 26, __** (přidávám 3, 5, 7, 9, 11, …)

13. Doplň: **1, 2, 4, 7, 11, 16, __**

Tabulkové zákonitosti

14. Tabulka: vstup 1→3, 2→6, 3→9, 4→?, 10→?. Jaký je vzorec?

15. Tabulka: vstup 1→2, 2→5, 3→10, 4→17, 5→?. Jaký je vzorec? (n^2+1)

16. V tabulce jsou čísla rozmístěna takto: každý řádek je o 3 větší než předchozí. 1. řádek začíná číslem 4. Jaké je číslo v 5. řádku?

Logické a kombinatorické úlohy

17. Slovní logická úloha: Na větvi sedí 10 ptáků. Lovec vystřelil a 3 uletěly. Kolik jich zbylo na větvi?

18. Kolika způsoby lze seřadit **4 různé knihy** za sebou na polici?

19. Máš 3 barvy (červená, modrá, zelená) a 2 tvary (kruh, čtverec). Kolik různých kombinací barev a tvarů lze vytvořit?

20. Jaká jsou čísla v **7. řadku Pascalova trojúhelníku** (počítáme od 1. řadku)?

POZOR – CHYTÁKY!

Typické chyby a záludnosti

⚠ **CHYTÁK**

Chyták 1: Ptáci na větvi (logická past)

Na větvi sedí 10 ptáků, 3 uletěly. Intuitivní odpověď: 7.

Správná odpověď: **0** – po výstřelu uletěli VŠICHNI ptáci, nejen 3!

(Fyzická reakce ptáků na výstřel = všichni uletí)

⚠ **CHYTÁK**

Chyták 2: Fibonacciho řada – sčítám DVOU předchozích, ne přičítám konstantu

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, … → 8+13=21 (ne 8+5=13 znovu!)

⚠ **CHYTÁK**

Chyták 3: Eulerův vzorec – hrany, ne strany!

Krychle: 8 vrcholů + 6 stěn − 12 hran = 2 ✓

Počítáme HRANY (úsečky) a STĚNY (plochy), ne strany stěn!

⚠ **CHYTÁK**

Chyták 4: Kombinatorika – pořadí záleží!

4 knihy v různém pořadí: 4! = 4 × 3 × 2 × 1 = 24 (ne 4 × 4 = 16!)

Na 1. místě 4 volby, na 2. místě 3, na 3. místě 2, na 4. místě 1 → součin!

⚠ **CHYTÁK**

Chyták 5: Řada mocnin – to nejsou +3, +5, +7!

1, 4, 9, 16, 25 → diference: +3, +5, +7, +9 → příští: +11 → 36

Ale VZOREC je: n^2 → $6^2 = 36$ (přímý výpočet je bezpečnější)

⚠ **CHYTÁK**

Chyták 6: Pohled na kužel shora vs. zepředu

Shora = kruh (vidíme kruhovitou základnu)

Zepředu = rovnoramenný trojúhelník (vidíme plášť kužele)

Nestačí říci „trojúhelník" – musí být rovnoramenný!